4 KAPASITANSI DAN DIELEKTRIKA

Setelah mempelajari bab ini, Anda akan memahami:

- Arti kapasitor dan bagaimana cara menghitung kapasitansi yang menyatakan kemampuan kapasitor untuk menyimpan muatan.
- Bagaimana cara menganalisis kapasitor yang tersambung dalam sebuah rangkaian.
- Bagaimana cara menghitung besar energi yang tersimpan dalam sebuah kapasitor.
- Arti dielektrik dan bagaimana dielektrik membuat kapasitor menjadi lebih efektif.
- Bagaimana menggunakan hukum Gauss dengan keberadaan dielektrik.

4.1 Kapasitor dan Kapasitansi

Kapasitor adalah dua konduktor yang menyimpan muatan listrik dan dipisahkan oleh sebuah isolator. Jika sebuah kapasitor diberi muatan, maka kedua konduktor itu mempunyai muatan yang sama besar tapi berlawanan tanda. Hal ini menghasilkan potensial V di antara kedua konduktor. Dalam diagram rangkaian, kapasitor dinyatakan oleh salah satu dari simbol berikut:

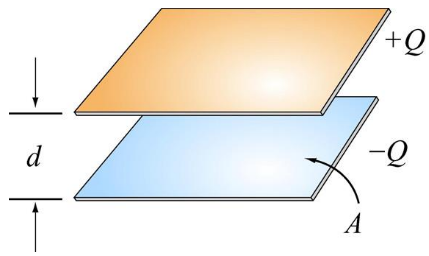
Gambar 4.1 Simbol kapasitor

Kapasitansi adalah perbandingan muatan Q terhadap potensial V pada sebuah kapasitor. Kapasitansi disimbolkan dengan C dan satuannya farad (F). Medan listrik di sebarang titik dalam daerah di antara konduktor-konduktor kapasitor sebanding dengan besar muatan Q pada tiap konduktor, sehingga potensial V di antara kedua konduktor berbanding lurus dengan muatan Q.

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \tag{4.1}$$

4.1.1 Kapasitor Pelat Sejajar

Bentuk paling sederhana dari kapasitor adalah dua konduktor pelat tipis sejajar yang luasnya masing-masing *A* dan terpisah oleh ruang hampa. Jarak antara kedua pelat tipis adalah *d* yang lebih kecil dibandingkan ukuran *A*. Jika kedua pelat diberi muatan, maka medan listrik homogen terlokalisasi dalam daerah di antara pelat-pelat tersebut. Muatan pada pelat terdistribusi secara homogen pada permukaan- permukaan yang berhadapan.



Gambar 4.2 Kapasitor pelat sejajar

Dengan menggunakan prinsip superposisi medan-medan listrik dan hukum Gauss, telah diketahui bahwa medan listrik $E = \sigma/\epsilon_0$, dimana σ adalah kerapatan muatan permukaan pada setiap pelat, atau $\sigma = Q/A$. Sehingga medan listrik *E* dapat dinyatakan sebagai:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \tag{4.2}$$

Potensial *V* antara kedua pelat sejajar yang berjarak *d* dan medan listrik *E* adalah:

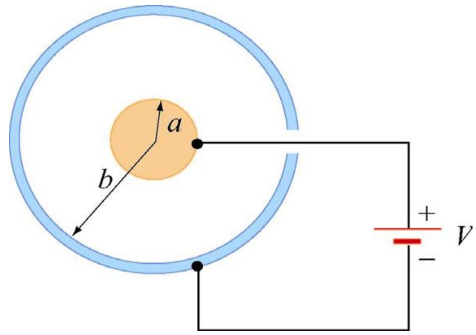
$$V = E.d = \frac{Q\,d}{\epsilon_0 A} \tag{4.3}$$

Kapasitansi *C* dari sebuah kapasitor pelat-sejajar dalam ruang hampa adalah:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}} \tag{4.4}$$

4.1.2 Kapasitor Bola Konsentris

Bentuk kedua dari kapasitor adalah dua konduktor berbentuk bola dan dipisahkan oleh ruang hampa. Bola yang di dalam bermuatan +*Q* dengan jejari r_a dan bola yang di luar bermuatan –*Q* dengan jejari r_b.



Gambar 4.3 Kapasitor bola konsentris

Dengan hukum Gauss kita dapat menghitung kapasitansi kapasitor bola konsentris sbb:

$$\Phi_E = \oint E\, dA = \frac{Q_{tercakup}}{\epsilon_0}$$

$$(E)(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

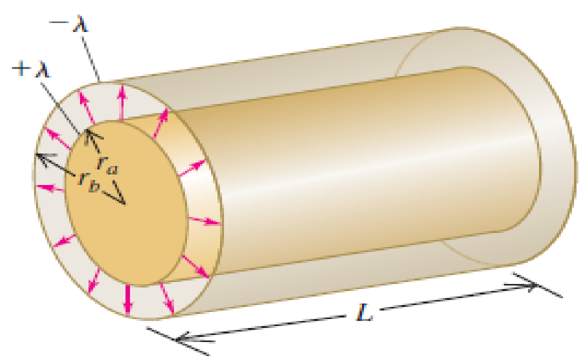
$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b E_r dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|} = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)} \qquad (4.5)$$

4.1.3 Kapasitor Silinder Koaksial

Bentuk ketiga dari kapasitor adalah dua kulit konduktor berbentuk silinder dan dipisahkan oleh ruang hampa. Kulit yang di dalam memiliki kerapatan muatan $+\lambda$ dan jejari r_a. Kulit yang di luar memiliki kerapatan muatan $-\lambda$ dan jejari r_b.



Gambar 4.4 Kapasitor silinder koaksial

Dalam subbab 2.3.2 diketahui bahwa medan listrik di luar sebuah konduktor silinder dengan jejari r arahnya tegak lurus permukaan dan besarnya diberikan oleh:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Kita dapat menghitung potensial dengan mengintegralkan E dari sebuah kapasitor silinder koaksial

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_a^b E_r\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

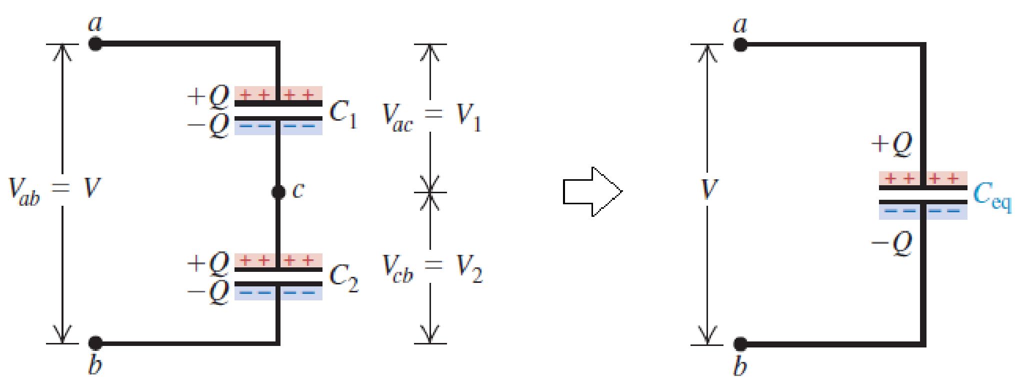
Muatan total Q untuk panjang L adalah $Q = \lambda L$ sehingga kapasitansi C dari sebuah kapasitor silinder koaksial adalah

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\lambda L}{\dfrac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\dfrac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(r_b/r_a)}} \tag{4.6}$$

4.2 Kapasitor dalam Rangkaian Seri dan Paralel

Jika dua kapasitor disusun secara seri seperti pada Gambar 4.5 dan diberi beda potensial V_{ab} positif yang konstan antara titik a dan b, maka karakteristik rangkaian ini adalah:

1. Muatan pada kapasitor ekuivalen sama besar dengan muatan pada setiap kapasitor.
2. Potensial pada kapasitor ekuivalen sama besar dengan jumlah potensial pada kedua kapasitor.



Gambar 4.5 Kapasitor dalam sambungan seri

$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

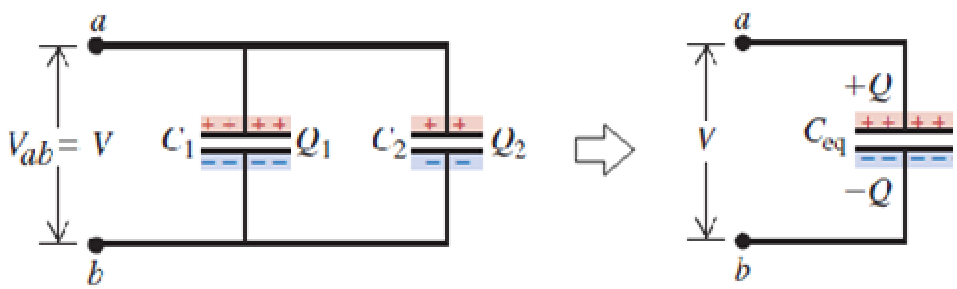
$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{eq} = \frac{Q}{V} \text{ atau } \frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \qquad (4.7)$$

Jika dua kapasitor disusun secara paralel seperti pada Gambar 4.6 dan diberi beda potensial V_{ab} positif yang konstan antara titik *a* dan *b*, maka karakteristik rangkaian ini adalah:

1. Potensial pada kapasitor ekuivalen sama besar dengan potensial pada setiap kapasitor.
2. Arus pada kapasitor ekuivalen sama besar dengan jumlah arus pada kedua kapasitor.



Gambar 4.6 Kapasitor dalam sambungan parallel

$$Q_1 = C_1V \text{ dan } Q_2 = C_2V$$

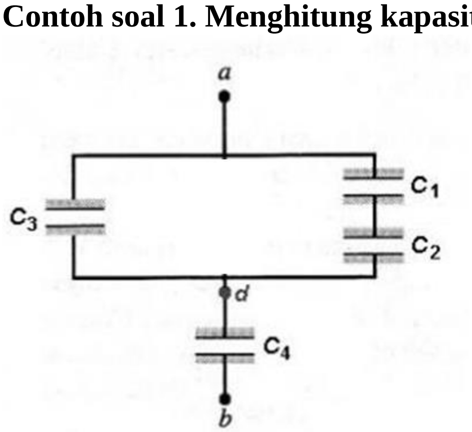
$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)\,V$$

$$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

$$C_{ek} = Q$$

$$\boxed{C_{ek} = C_1 + C_2} \qquad (4.8)$$

Contoh soal 1. Menghitung kapasitansi ekuivalen, muatan dan potensial kapasitor



Dalam gambar di bawah, setiap kapasitor mempunyai kapasitansi C = 4,00 μF dan Vab = +28,0 V. Hitunglah muatan pada setiap kapasitor dan potensial yang yang melewati setiap kapasitor.

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{4\ \mu F} + \frac{1}{4\ \mu F} = \frac{2}{4\ \mu F}, \qquad C' = \frac{4\ \mu F}{2} = 2\ \mu F$$

$C'' = 2\ \mu F + 4\ \mu F = 6\ \mu F$

$$\frac{1}{C_{ek}} = \frac{1}{4\ \mu F} + \frac{1}{6\ \mu F} = \frac{5}{12\ \mu F}, \qquad C_{ek} = \frac{12\ \mu F}{5} = 2{,}4\ \mu F$$

$Q = CV_{ab} = (2{,}4 \times 10^{-6}\ F)(28\ V) = 67{,}2\ \mu C.$

Muatan Q pada C_{ek} sama seperti pada kapasitor C_4, sehingga $Q_4 = 67{,}2\ \mu C$.

$V_{db} = Q_4 / C_4 = (67{,}2\ \mu C) / (4\ \mu F) = 16{,}8\ V$

$V_{ad} = V_{ab} - V_{db} = 28\ V – 16{,}8\ V = 11{,}2\ V$

$Q_3 = C_3 V_{ad} = (4\ \mu F)(11{,}2\ V) = 44{,}8\ \mu C.$

$Q_2 = Q_1 = C'\ V_{ad} = (2\ \mu F)(11{,}2\ V) = 22{,}4\ \mu C$

$V_4 = V_{db} = 16{,}8\ V$

$V_3 = V_{ad} = 11{,}2\ V$

$V_2 = Q_2 / C_2 = (22{,}4\ \mu C) / (4\ \mu F) = 5{,}6\ V$

$V_1 = V_2 = 5{,}6\ V$

4.3 Energi dalam Kapasitor

Energi U yang diperlukan untuk memberi sebuah kapasitor ke sebuah selisih potensial V dan sebuah muatan Q sama dengan energi yang disimpan dalam kapasitor itu dan diberikan oleh:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV \qquad (4.9)$$

Energi potensial dalam kapasitor dianggap sebagai sesuatu yang tersimpan dalam medan listrik di antara konduktor-konduktor tersebut. Kerapatan energi u atau energi per satuan volume adalah

$$u = \frac{½\ CV^2}{A\ d}$$

Dari persamaan $C = \epsilon_o A/d$ dan persamaan $V_{ab} = Ed$, maka faktor geometri A dan d saling meniadakan, sehingga

$$u = ½\ \epsilon_o E^2 \qquad (4.10)$$

Persamaan ini berlaku pula untuk kapasitor dan sebarang konfigurasi medan listrik dalam ruang hampa.

4.4 Dielektrik

Penempatan material dielektrik padat di antara konduktor kapasitor mempunyai tiga fungsi. Pertama, menyelesaikan masalah mekanis yang membuat dua konduktor terpisah oleh jarak yang sangat kecil tanpa ada sentuhan. Kedua, menambah selisih potensial maksimum yang mungkin di antara konduktor. Ketiga, kapasitansi kapasitor menjadi lebih besar meningkat dengan faktor K yang disebut konstanta material dielektrik tsb.

$$K = \frac{C}{C_o} \tag{4.11}$$

Jika material dielektrik disisipkan di antara konduktor kapasitor dan muatan Q dipertahankan konstan, maka beda potensial V di antara konduktor menjadi berkurang oleh faktor K.

$$V = \frac{V_o}{K} \tag{4.12}$$

Begitu juga medan listrik di antara konduktor menjadi berkurang oleh faktor yang sama. Jika E_o adalah medan listrik dengan ruang hampa dan E adalah medan listrik dengan dielaktrik, maka

$$E = \frac{E_o}{K} \tag{4.13}$$

Karena besar medan listrik menjadi lebih kecil jika ada dielektrik, maka kerapatan muatan permukaan yang menimbulkan medan listrik itu juga harus lebih kecil. Muatan permukaan pada pelat konduktor tidak berubah, tetapi sebuah muatan induksi yang tandanya berlawanan muncul pada setiap permukaan dielektrik. Dielektrik itu pada mulanya netral secara listrik dan tetap netral. Muatan permukaan induksi timbul sebagai akibat dari pendistribusian kembali muatan positif dan muatan negatif di dalam material dielektrik itu. Fenomena ini disebut polarisasi.

Jika besar muatan per satuan luas yang diinduksi pada permukaan dielektrik adalah σ_i dan kerapatan muatan permukaan pada pelat konduktor adalah σ, maka muatan permukaan netto pada setiap sisi kapasitor itu mempunyai besar (σ - σ_i). Medan listrik di antara pelat konduktor dihubungkan dengan kerapatan muatan permukaan oleh persamaan $E = \sigma_{netto}/\epsilon_o$. Tanpa dan dengan dielektrik, berturut-turut diperoleh

$$E_o = \sigma/\epsilon_o \quad \text{atau} \quad \sigma = \epsilon_o E_o \tag{4.14}$$

$$E = (\sigma - \sigma_i)/\epsilon_o \quad \text{atau} \quad \sigma_i = \sigma - \epsilon_o E \tag{4.15}$$

Hasil kali $K\epsilon_o$ disebut permitivitas dielektrik, yang dinyatakan dengan $\epsilon = K\epsilon_o$ dan medan listrik di dalam dielektrik dapat dinyatakan dengan $E = \sigma/\epsilon$. Kapasitansi jika ada dielektrik dinyatakan dengan $C = K\,C_o = K\,\epsilon_o A/d = \epsilon A/d$. Dalam ruang hampa $K = 1$, $\epsilon = \epsilon_o$ dan karena itu ϵ_o disebut permitivitas ruang hampa.

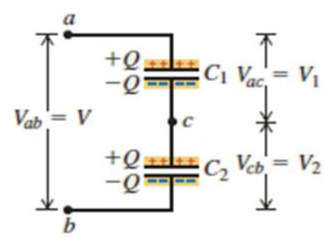
4.5 Kesimpulan

1. Kapasitor adalah sepasang konduktor yang dipisahkan oleh material insulator. Jika kapasitor diberi muatan, maka sepasang konduktornya memiliki besar muatan yang sama dan tanda yang berlawanan serta potensial V_{ab} yang sebanding dengan Q. Kapasitansi dinyatakan sebagai rasio Q terhadap V_{ab}, satuan kapasitansi adalah farad (F).

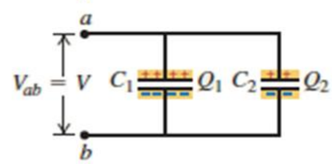
$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \qquad\qquad C = \frac{\epsilon_o A}{d}$$

2. Kapasitor ekuivalen untuk rangkaian seri dan paralel.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$$



3. Energi U yang diperlukan untuk memberi muatan kapasitor ke potensial V dan muatan Q setara dengan energi yang disimpan dalam medan listrik di antara konduktor kapasitor. Kerapatan energi u sebanding dengan kuadrat medan listrik E.

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

$$u = \tfrac{1}{2}\,\epsilon_o E^2$$

4. Jika ruang antara konduktor kapasitor diisi dengan material dielektrik, maka kapasitansi meningkat dengan faktor *K*, disebut konstanta dielektrik material tsb.

$$K = \frac{C}{C_o}$$

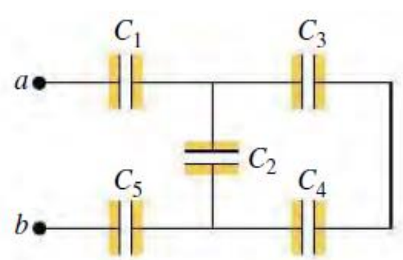
Dengan dielektrik dan muatan *Q* tetap, beda potensial dan medan listrik antara konduktor serta kerapatan muatan permukaan dielektrik σ_i menjadi berkurang.

$$V = \frac{V_0}{K} \quad \text{dan} \quad E = \frac{E_0}{K}$$

$$\sigma = \varepsilon_0 E_0 \ \text{ dan } \ \sigma_i = \sigma - \varepsilon_0 E$$

4.6 Soal Latihan

1. Pelat-pelat sebuah kapasitor pelat sejajar terpisah sejauh 3,28 mm dan masing-masing pelat itu mempunyai luas sebesar 12,2 cm2. Setiap pelat mengangkut muatan sebesar 4,35 x 10^{-8} C. Pelat-pelat itu berada dalam ruang hampa. a) Berapakah kapasitansinya? b) Berapakah selisih potensial di antara pelat-pelat itu? c) Berapakah besar medan listrik di antara pelat-pelat itu?
2. Dalam gambar kapasitansi C_1=C_5= 8,4 μF dan C_2=C_3=C_4= 4,2 μF dan potensial yang dipakaikan adalah V_{ab} = 220 V. a) Berapakah kapasitansi ekuivalen antara titik *a* dan *b*? b) Hitunglah muatan pada setiap kapasitor dan selisih potensial pada setiap kapasitor.



3. Sebuah kapasitor udara dibuat dari dua pelat sejajar yang terpisah sejauh 1,50 mm. Besar muatan pada setiap pelat adalah 0,018 μC ketika selisih potensialnya 200 V. a) Berapakah kapasitansinya? b) Berapakah luas setiap pelat? C) Berapakah tegangan maksimum yang dapat dipakai tanpa kerusakan dielektrik? (Kerusakan dielektrik untuk udara terjadi pada kekuatan medan listrik sebesar 3,0 x 10^6 V/m. Jika muatannya adalah 0,018 μC, berapakah energi total yang disimpan?

4. Dua pelat sejajar mempunyai muatan yang sama besar dan berlawanan tanda. Jika ruang di antara pelat-pelat itu dikosongkan, maka medan listriknya adalah 3,20 x 10^6 V/m. Jika ruang itu diisi dengan dielektrik, maka medan listriknya adalah 2,50 x 10^6 V/m. a) Berapakah kerapatan muatan pada setiap permukaan dielektrik itu? b) Berapakah konstanta dielektriknya?